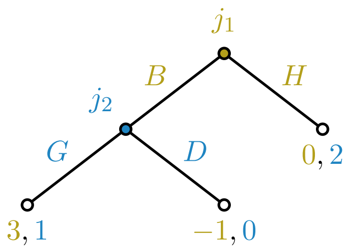
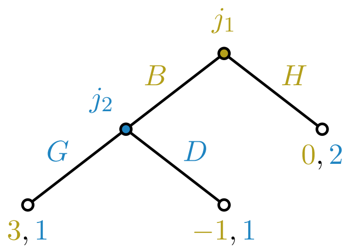
ENSTA
14 avril 2025
Dylan Laplace Mermoud

TD 4 - RO03
Introduction à la théorie des jeux
Minh Hieu Nguyen

Exercice 1. Pour chacun des jeux suivants :

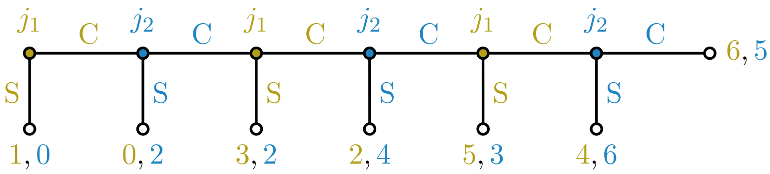
- Mettre le jeu sous forme normale ;
- Calculer l'ensemble des équilibres en stratégies mixtes et leurs paiements ;
- Calculer les équilibres parfaits en sous-jeux.





⋆ ⋆ ⋆

Exercice 2 (Le mille-pattes, Rosenthal, 1982). Considérons le jeu suivant.



- Déterminer les équilibres parfaits en sous-jeux ;
- Commenter.

⋆ ⋆ ⋆

Exercice 3 (Poker simplifié). Deux joueurs jouent un jeu à somme nulle. La mise est de 1 par joueur pour commencer. Un jeu de 32 cartes est battu et le joueur j_1 tire une carte et la regarde. Le joueur j_2 ne voit pas la carte. Le joueur j_1 peut alors se coucher et donner sa mise au joueur j_2, ou doubler sa mise. Si le joueur j_1 a doublé sa mise, le joueur j_2 peut soit se coucher et donner sa mise au joueur j_1, soit suivre le joueur j_1 en doublant sa mise. Dans ce dernier cas, le joueur j_1 dévoile sa carte, si elle est rouge il ramasse toutes les mises, si elle est noire, c'est le joueur j_2 qui ramasse toutes les mises.

- Mettre le jeu sous forme extensive ;
- Mettre le jeu sous forme normale ;
- Quelle est la valeur du jeu ? Quelles sont les stratégies optimales ?

⋆ ⋆ ⋆

Exercice 4 (Chomp). Soient n et m deux entiers strictement positifs. Le Chomp est le jeu à information parfaite suivant. Deux joueurs jouent sur un damier de dimension $n \times m$. Chaque joueur coche à tour de rôle une case (x, y) du damier, ce qui recouvre également les cases (x', y') telles que $x' \geq x$ et $y' \geq y$. Le joueur qui coche la case $(1, 1)$ perd.

- Montrer que le joueur qui joue en premier a une stratégie gagnante ;
- Donner une stratégie gagnante lorsque $n = m$;
- On suppose que $(n, m) = (2, +\infty)$. Quel joueur a une stratégie gagnante?
- On suppose que $n \geq 3$ et $m = +\infty$. Quel joueur possède une stratégie gagnante ?