

Interrogation 1 – Durée 1 heure

Les téléphones portables, les notes de cours et de TD sont strictement interdits.

Lisez et réfléchissez avant d'écrire. Essayez d'être à la fois concis et précis.

Exercice 1 (40 minutes). Soit L le nombre de biens. Les préférences du consommateur sont représentées par une fonction d'utilité $u : x \in \mathbb{R}_+^L \rightarrow u(x) \in \mathbb{R}$.

1. Soit $\bar{x} \in \mathbb{R}_+^L$, rappeler la définition de la courbe d'indifférence $I(\bar{x})$ et de l'ensemble des consommations préférées à \bar{x} .
2. Rappeler les définitions suivantes : u est monotone (strictement) croissante, u est (strictement) quasi-concave.
3. Rappeler la définition de la demande du consommateur.
4. Dans la suite de cet exercice, on considère $L = 2$ biens et la fonction d'utilité donnée par :

$$u(x^1, x^2) = \min\{x^1, x^2\} \text{ pour tout } (x^1, x^2) \in \mathbb{R}_+^2$$

- (a) Soit $\bar{x} = (\bar{x}^1, \bar{x}^2) \in \mathbb{R}_+^2$. Déterminer et représenter graphiquement la courbe d'indifférence $I(\bar{x})$ et l'ensemble des consommations préférées à \bar{x} .
- (b) Déterminer si la fonction u est (strictement) croissante, (strictement) quasi-concave dans \mathbb{R}_+^2 (à justifier soigneusement).
- (c) On considère un système de prix $p = (p^1, p^2) \gg 0$ et une dotation initiale $e = (e^1, e^2) \gg 0$. Déterminer graphiquement la demande de ce consommateur (à justifier soigneusement).

Exercice 2 (20 minutes). Soit $L = 2$ le nombre de biens. Les préférences du consommateur sont représentées par la fonction d'utilité :

$$u(x^1, x^2) = \alpha(x^1)^\beta + (1 - \alpha)(x^2)^\beta \text{ pour tout } (x^1, x^2) \in \mathbb{R}_+^2$$

avec $0 < \alpha < 1$ et $0 < \beta < 1$.

Le prix du bien 2 est normalisé. On considère un système de prix $p = (p^1, 1)$ et une dotation initiale $e = (e^1, e^2) \gg 0$.

1. Énoncer la proposition qui garantit que la demande du consommateur est non vide. Vérifier qu'elle s'applique dans ce contexte.
2. Énoncer le théorème qui garantit que les conditions du premier ordre (CPO) sont nécessaires et suffisantes pour déterminer la demande d'un consommateur.
3. Déterminer la demande de ce consommateur (à justifier soigneusement).