
Deuxième contrôle continu - Programmation linéaire

Durée : 1h30. Aucun document n'est autorisé.

Exercice 1

On considère le programme linéaire suivant.

$$\begin{aligned} \max z &= x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ \text{sous } \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 - x_2 + x_3 \leq 4 \\ -4x_1 + 3x_2 \leq 2 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 \leq 5 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Résoudre le système par la méthode révisée du simplexe, donner la solution \mathbf{x}^* du primal ainsi que la solution \mathbf{y}^* du dual (sans calcul), ainsi que z^* .

Exercice 2

On considère le programme linéaire suivant.

$$\begin{aligned} \text{Maximiser } z &= x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 \\ \text{sous } \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 5x_5 \leq 0 \\ + 2x_3 + x_4 + 3x_5 \leq 4 \\ 3x_1 + 4x_3 + x_5 \leq 3 \\ + x_2 - x_3 + 2x_5 \leq 2 \\ + 4x_2 + 3x_3 + x_4 + 2x_5 \geq 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Répondre aux questions suivantes dans l'ordre : la solution $\mathbf{x}^* = (1, 2, 0, 4, 0)$ est-elle réalisable ? de base (si oui, donner la base associée) ? dégénérée ? optimale ? Donner également la solution du programme dual.

Exercice 3

On considère le programme linéaire suivant

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 + x_2 + 3x_3 \\ \text{sous } \left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$

avec $\mathbf{x}^* = (1/5, 0, 8/5)$ solution du problème primal et $\mathbf{y}^* = (6/5, 3/5, 0)$ solution du problème dual.

- Donner la base de la solution optimale.
- Si on augmente de $\delta b = (u, v, w)$ le membre de droite des contraintes, comment évolue z^* ?
- Si on considère $\delta b = (u, 0, 0)$, quelles sont les bornes de variation de u pour que la base de la solution optimale ne change pas ?